第14講　図形の移動

Step 1

1　図1のように，3つの長方形ABCD，EFGH，PQRSがある。これらの長方形の辺CD，GH，RSは直線ℓ上にあり，AD = 6 cm，CD = 12cm，RS = 24cm，CH = a cm，AD < QRで，点Dと点Rは同じ位置にある。

この状態から，図2のように，2つの長方形ABCD，EFGHをCH = a cmを保ったまま，直線ℓに沿って矢印の方向に毎秒1 cmの速さで，点Gが点Sに重なるまで移動させる。移動させ始めてからx秒後に，2つの長方形が長方形PQRSと重なっている部分の面積の和をy cm^{2}とする。

図3は，xとyの関係を表したグラフである。

次の問いに答えなさい。

図1

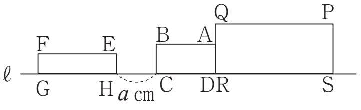


図2

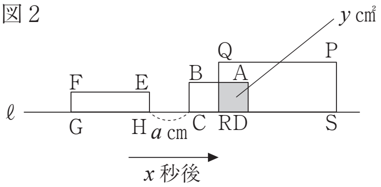
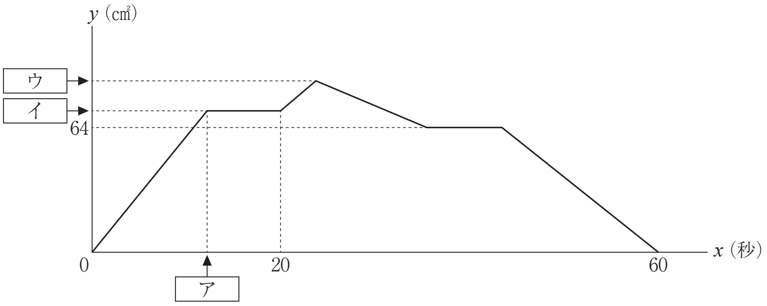


図3



(1)　図3の ア ， イ にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

(2)　aの値を求めなさい。

(3)　辺GH，EHの長さはそれぞれ何cmか，求めなさい。

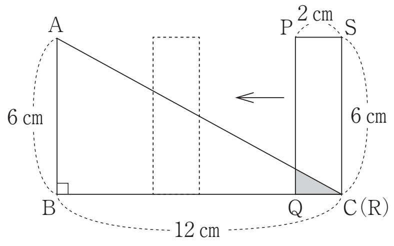
(4)　図3の ウ にあてはまる数を求めなさい。

【兵庫県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

2　AB ＝ 6 cm，BC ＝ 12cm，∠B ＝ 90°の直角三角形ABCと，PQ ＝ SR ＝ 6 cm，PS ＝ QR ＝ 2 cmの長方形PQRSがあり，右の図のように，点Qは辺BC上にあって，点Rと点Cが重なっています。

長方形PQRSがこの状態から出発して，毎秒1 cmの速さで，辺PQが辺ABと重なるまで矢印の方向に平行移動します。ただし，辺QRは辺BC上を動くものとします。



出発してからx秒後の，直角三角形ABCと長方形PQRSの重なった部分の面積yをxの式で表しなさい。また，xの変域を求めなさい。

【埼玉県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step　2

3　下の図１のように，長方形ABCDと長方形DEFGを組み合わせたL字型の図形ABCEFGがあり，AB = 1cm，AD = 4cm，DE = 3cm，DG = 4cmである。また，PQ = 10cm，QR = 6cmの長方形PQRSがある。これら2つの図形の辺AG，PQは直線ℓ上にあり，点Aと点Pは重なっている。この状態から，長方形PQRSを固定し，L字型の図形を直線ℓに沿って矢印の方向に秒速1cmで移動させ，点Aが点Qと重なったときに停止させる。

図2はL字型の図形が，途中まで移動したようすを表したものである。移動を始めてからx秒後に2つの図形が重なる部分の面積を$y$cm^{2}とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図１

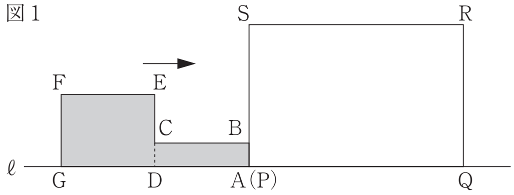
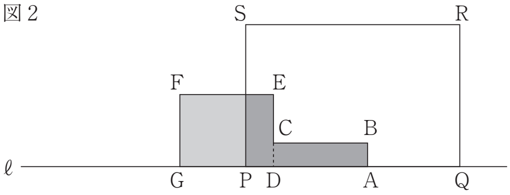


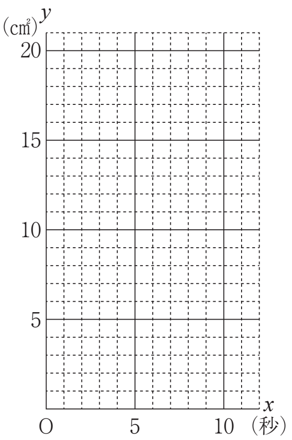
図２



(1)　2つの図形が重なる部分の面積がL字型の図形ABCEFGの面積の$\frac{1}{2}$となるのは，移動を始めてから何秒後か求めなさい。

(2)　移動を始めてから停止するまでのxとyの関係を表すグラフを，図3にかきなさい。ただし，図3のOは原点とする。

図３



【茨城県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

4　次の図1のように，AB = 4 cm，AD = 5 cm の長方形 ABCD がある。2つの頂点 B，C は直線 ℓ 上にある。また，直線 ℓ と交わる直線 m があり，頂点 C は，2直線 ℓ，m の交点と重なっている。図2のように，この長方形 ABCD を図1の状態から，直線 ℓ に沿って，頂点 B が直線 m 上に到達するまで，矢印の向きに移動させる。

長方形 ABCD を，点 D が直線 m 上に到達するまでは毎秒 1 cm の速さで移動させ，その後，点 B が直線 m 上に到達するまでは毎秒 a cm の速さで移動させた。このとき，点 D が直線 m 上に到達したのは，移動を始めてから2秒後であり，点 B が直線 m 上に到達したのは，移動を始めてから8秒後であった。移動を始めてから x 秒後の，長方形 ABCD のうち直線 m より右側にある部分の面積を y cm^2 とするとき，次の(1)～(4)の問いに答えなさい。ただし，点 C が直線 m 上にあるときは，$y = 0$ とする。

図1

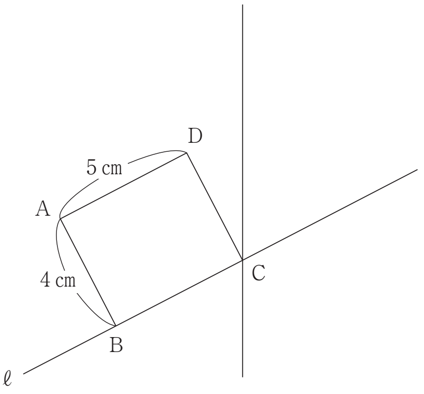
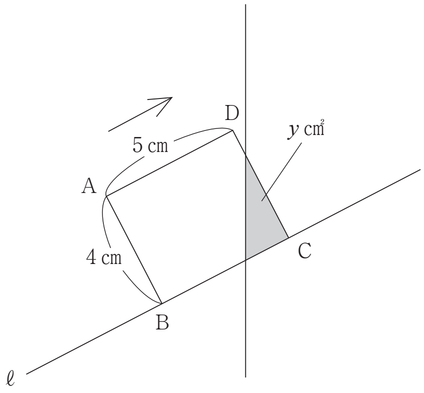


図2



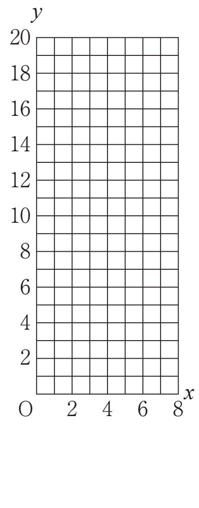
(1)　$x = 2$ のときの y の値を答えなさい。

(2)　a の値を答えなさい。

(3)　次の①，②について，y を x の式で表しなさい。

①　$0 \leqq x \leqq 2$ のとき

②　$2 \leqq x \leqq 8$ のとき



(4)　$0 \leqq x \leqq 8$ のとき，x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

【新潟県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step 3

5 図1のような，厚紙Pと長方形の封筒Sがある。

この封筒Sの中に厚紙Pを折らずに全部入れて，図2のように，厚紙Pを AB ⊥ CD となるように，矢印（⬅）の方向に引き出す。このとき，頂点Aと辺CDとの距離を厚紙Pを引き出した長さとし，厚紙Pを引き出した長さが x cm のときに封筒Sから出ている厚紙Pの面積を y cm^2 とする。

次の(1)〜(4)の問いに答えなさい。

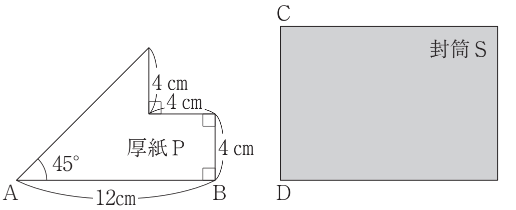


図1

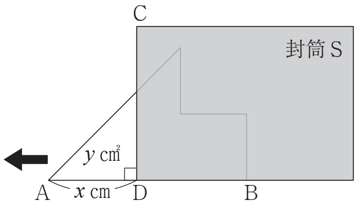


図2

(1) 表中のア〜ウにあてはまる数を求めなさい。

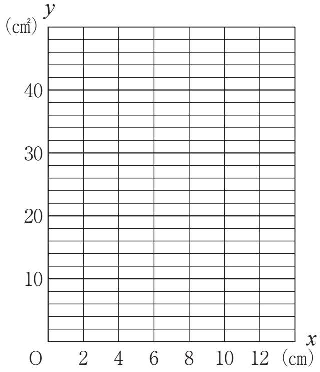
x (cm)	0	2	4	6	8	10	12
y (cm^2)	0	2	ア	18	イ	ウ	48

(2) x の変域を次の(ア)，(イ)とするとき，x と y との関係を式で表しなさい。

(ア) $0 \leqq x \leqq 8$ のとき

(イ) $8 \leqq x \leqq 12$ のとき

(3) x と y との関係を表すグラフをかきなさい。($0 \leqq x \leqq 12$)



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

(4)　図3のような，厚紙Qと長方形の封筒Tを用意する。

この封筒Tの中に厚紙Qを折らずに全部入れて，図4のように，厚紙Qを EF ⊥ GH となるように，矢印（⇦）の方向に引き出す。このとき，頂点Eと辺GHとの距離を厚紙Qを引き出した長さとする。

厚紙Pを引き出した長さと厚紙Qを引き出した長さが等しいとき，封筒Sから出ている厚紙Pの面積と封筒Tから出ている厚紙Qの面積が等しくなる場合がある。そのときの引き出した長さは何cmであるかをすべて求めなさい。ただし，引き出した長さは0cmより長く12cmより短いものとする。

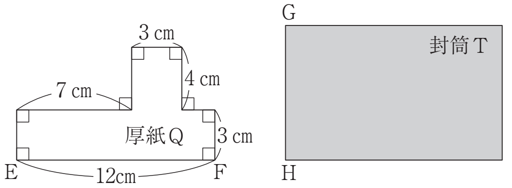


図3

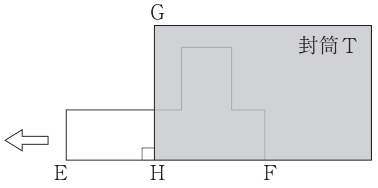


図4

【岐阜県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

第14講　図形の移動

Step　1

1　(1) ア．12　イ．72　(2) (a ＝) 8　(3) (GH) 16 (cm)　(EH) 4 (cm)　(4) 88

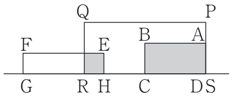
≪解説≫

(1) 移動させ始めてから，点Cが点Rに重なるまで，y の値は一定の割合で増える。よって，CD ＝ 12cm より，点Cが点Rに重なるのは，$12 \div 1 = 12$ (秒後) なので，ア ＝ 12
このときの y の値は，長方形ABCDの面積に等しいから，イ ＝ $12 \times 6 = 72$

(2) グラフより，移動させ始めて12秒後から20秒後までの，$20 - 12 = 8$ (秒間) は，y の値が一定だから，$a = 8$

(3) グラフより，点Gが点Sに重なるのは，移動させ始めてから60秒後だから，GH ＋ a ＋ CD ＋ RS ＝ 60　よって，GH ＋ 8 ＋ 12 ＋ 24 ＝ 60 より，GH ＝ 60 －(8 ＋ 12 ＋ 24) ＝ 16 (cm)　また，$y = 64$ となるのは，長方形EFGHだけが完全に長方形PQRSに含まれるときだから，GH × EH ＝ 64 より，16 × EH ＝ 64　よって，EH ＝ $\frac{64}{16}$ ＝ 4 (cm)

(4) y の値が最大となるのは，EH ＜ AD より，点Dが点Sに着いたときである。これは移動させ始めてから，$24 \div 1 = 24$ (秒後) で，3つの長方形は右図のように重なっている。このとき，RH ＝ 24 －(12 ＋ 8) ＝ 4 (cm) だから，ウ ＝ $6 \times 12 + 4 \times 4 = 88$



2　$y = x + 1$　(x の変域) $0 \leqq x \leqq 10$

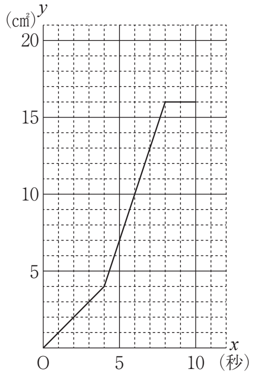
≪解説≫

AC と，PQ，SR との交点を，それぞれ，T，U とすると，出発してからの直角三角形ABC と長方形PQRS の重なった部分は，台形TQRU。長方形PQRS が平行移動するとき，△TQC，△URC は△ABC と相似な三角形になるので，TQ : QC ＝ UR : RC ＝ AB : BC ＝ 6 : 12 ＝ 1 : 2　出発してから x 秒後には，QC ＝ $(2 + x)$ cm，RC ＝ x cm になるので，TQ ＝ $\frac{1}{2}$QC ＝ $\frac{1}{2}(2 + x) = 1 + \frac{x}{2}$ (cm)，UR ＝ $\frac{1}{2}$RC ＝ $\frac{x}{2}$ (cm)　よって，台形TQRU ＝ $\frac{1}{2} \times (\text{TQ} + \text{UR}) \times \text{QR} = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x}{2}\right) \times 2 = 1 + x$ (cm²) になるので，$y = x + 1$　また，QがBと重なるのは，$(12 - 2) \div 1 = 10$ (秒後) なので，x の変域は，$0 \leqq x \leqq 10$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

Step　2

3　(1) $\frac{16}{3}$（秒後）　(2)（右図）

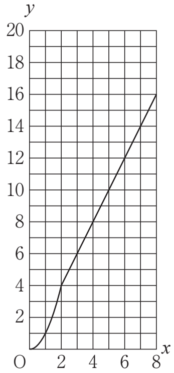


≪解説≫

(1) 長方形 ABCD ＝ 1 × 4 ＝ 4 (cm^2)，長方形 DEFG ＝ 3 × 4 ＝ 12 (cm^2) より，図形 ABCEFG ＝ 4 ＋ 12 ＝ 16 (cm^2)　よって，重なる部分の面積が，$16 \times \frac{1}{2} = 8$ (cm^2) になればよい。図形 ABCEFG の重なっていない部分の面積も 8 cm^2 になるので，GP ＝ 8 ÷ 3 ＝ $\frac{8}{3}$ (cm)　したがって，AP ＝ $8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$ (cm) となるから，移動を始めてから $\frac{16}{3}$ 秒後。

(2) (i) $0 \leqq x \leqq 4$ のとき，SP は BC と交わり，AP ＝ x cm　よって，重なる部分は縦 1 cm，横 x cm の長方形だから，$y = 1 \times x = x$　(ii) $4 \leqq x \leqq 8$ のとき，SP は EF と交わり，DP ＝ $(x - 4)$ cm　よって，重なる部分は，長方形 ABCD と縦 3 cm，横 $(x - 4)$ cm の長方形を合わせた図形だから，$y = 4 + 3(x - 4) = 3x - 8$　(iii) $8 \leqq x \leqq 10$ のとき，L 字形の図形は長方形 PQRS にふくまれるから，$y = 16$　(i)，(ii)，(iii)より，グラフは上図のようになる。

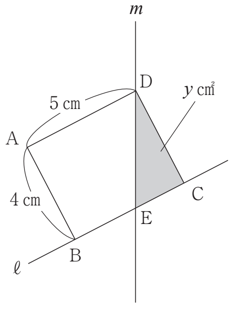
4　(1) (y ＝) 4　(2) (a ＝) $\frac{1}{2}$　(3) ① $y = x^2$　② $y = 2x$　(4)（右図）



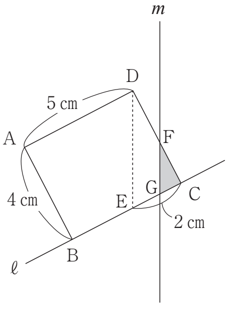
≪解説≫

(1) $x = 2$ のとき，次図アのように，点 D は直線 m 上に到達しており，直線 m と BC との交点を E とすると，CE ＝ 2 cm　また，CD ＝ 4 cm だから，$y = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

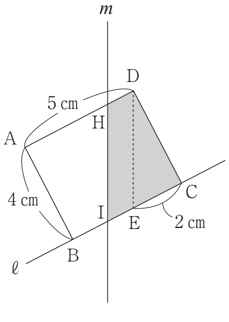
図ア



図イ



図ウ



(2) (1)より，BE ＝ BC − CE ＝ 5 − 2 ＝ 3 (cm)　また，点 D が直線 m 上に到達してから，点 B が直線 m 上に到達するまでの時間は，8 − 2 ＝ 6（秒）　よって，3 cm を 6 秒で移動するから，$a = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(3) ① $0 \leqq x \leqq 2$ のとき，前図イのように，直線 m は辺 CD，BC と交わる。その交点をそ

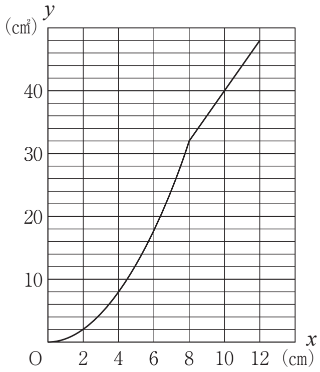
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

れぞれ F，G とすると，FG ∥ DE より，CG：CF = CE：CD = 2：4 = 1：2　よって，CG = x cm より，CF = $2x$cm だから，$y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$　② $2 \leqq x \leqq 8$ のとき，前図ウのように，直線 m は辺 AD，BC と交わる。その交点をそれぞれ H，I とすると，HI ∥ DE より，DH = EI = $\frac{1}{2}(x - 2)$ cm，CI = CE + EI = $\left\{2 + \frac{1}{2}(x - 2)\right\}$cm となるから，$y = \frac{1}{2} \times \left\{\frac{1}{2}(x - 2) + 2 + \frac{1}{2}(x - 2)\right\} \times 4 = 2x$

Step　3

5　(1) ア．8　イ．32　ウ．40　(2)(ア) $y = \frac{1}{2}x^2$　(イ) $y = 4x$

(3)（右図）　(4) 6 (cm)，$\frac{28}{3}$ (cm)



≪解説≫

(1) 厚紙 P は次図Ⅰのように，等しい辺の長さが，12 − 4 = 8 (cm)の直角二等辺三角形㋐と 1 辺の長さが 4 cm の正方形㋑に分けられる。$x = 4$，8 のとき，封筒 S から出ている部分は㋐と相似で，直角二等辺三角形だから，アは，$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$　イは，$\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$　$x = 10$ のとき，封筒からは㋐全体と，㋑のうち，4 ×(10 − 8) = 8 (cm^2)が出ているから，ウは，32 + 8 = 40

(2)(ア) $0 \leqq x \leqq 8$ のとき，封筒 S から出ている部分は直角二等辺三角形だから，$y = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$　(イ) $8 \leqq x \leqq 12$ のとき，㋐の面積は 32cm^2 で，㋑のうち，封筒 S から出ている部分の面積は，$4(x - 8) = 4x - 32$ (cm^2)だから，$y = 32 + 4x - 32 = 4x$

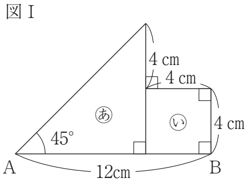
(3) グラフは原点と，(2，2)，(4，8)，(6，18)，(8，32)，(12，48)を通り，$0 \leqq x \leqq 8$ では放物線，$8 \leqq x \leqq 12$ では直線となる。

(4) 厚紙 Q を引き出した長さが x cm のときに，封筒 T から出ている厚紙 Q の面積を y cm^2 とすると，厚紙 Q は次図Ⅱのように，㋒，㋓，㋔の 3 つの長方形に分けられる。$0 \leqq x \leqq 7$ のとき，$y = 3x$　$7 \leqq x \leqq 10$ のとき，㋒の面積は，3 × 7 = 21 (cm^2)だから，$y = 21 + 7(x - 7) = 7x - 28$　$10 \leqq x \leqq 12$ のとき，㋒＋㋓の面積は，21 + 7 × 3 = 42 (cm^2)だから，$y = 42 + 3(x - 10) = 3x + 12$　よって，次図Ⅲのように，厚紙 P のグラフに厚紙 Q のグラフを重ねると，$0 < x < 12$ において，y の値が等しくなるときは 2 回ある。1 回目は，$0 < x \leqq 7$ の範囲だから，$\frac{1}{2}x^2 = 3x$ を解くと，$x^2 - 6x = 0$ より，$x(x - 6) = 0$　$x \neq 0$ より，$x = 6$　2 回目は，$8 \leqq x \leqq 10$ の範囲だから，$4x = 7x -$

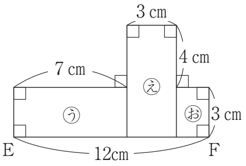
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

28 を解くと，$x = \dfrac{28}{3}$

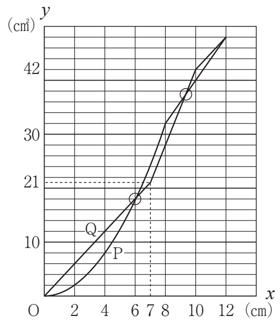
図Ⅰ



図Ⅱ



図Ⅲ



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。